空间引力波探测载荷低频传热特性的 COMSOL/MATLAB 联合仿真与实验研究

李梦晓 魏福龙 孙语 屈少波
国家精密重力测量科学中心，基本物理量测量教育部重点实验室，
华中科技大学物理学院，中国武汉 430074

摘要

空间引力波探测核心科学载荷的关键部位需在毫赫兹频段保持微开尔文量级的温度稳定性，热控设计因而需要量化外部温度扰动沿结构的衰减。针对低频瞬态计算需覆盖多个超长周期的问题，本文采用 COMSOL Multiphysics® 传热模块的固体传热接口与频域研究，建立载荷三维热模型；在热接口施加简谐温度扰动，其余外边界设为绝热，以 0.1 mHz 至 0.1 Hz、每十倍频程 5 点扫频获得复温度场。通过 LiveLink™ for MATLAB® 连接建模求解与工况管理、复温度提取和传递函数后处理，形成仿真与实验对比工作流。依据主导传热路径构建热等效样机，并在真空中测量六个频点的多点温度传递函数幅值。结果表明，实验与仿真具有相近的衰减趋势，极板框架和支撑框架的主导有效时间尺度分别约为 550 s 和 190 s，实验与仿真的相对差不超过 5.8%；以实测幅值为基准，仿真平均偏高约 10% 至 31%，且极板框架侧偏差更大。接触热导参数扫描表明，有限接触热导引起的幅值变化与该空间分布相符，为后续界面参数修正提供依据。该工作为空间引力波探测载荷的低频热设计、地面实验设计及模型对比提供了可重复的方法。

关键词：空间引力波探测；低频热传递函数；COMSOL 频域研究；LiveLink for MATLAB；真空热实验

1 简介

空间惯性传感器是空间引力波探测的核心科学载荷之一。外部温度扰动传至敏感部位后，会通过辐射压、辐射计效应、放气及热弹性变形等机制影响测量性能。在毫赫兹频段，关键部位通常需要达到微开尔文量级的温度稳定性[1]。结构热控设计因此既要识别扰动进入敏感部位的主要路径，也要给出不同频率下的衰减量级。研究表明，频域传热分析能够描述惯性传感器的低频热响应，并为隔热结构设计提供依据[2]。低频分析的困难在于，单个 0.1 mHz 周期已达 10^4 s；若采用瞬态计算，需要在足够长的时间内消除初始过渡并覆盖多个周期，随后才能提取稳态幅值。对多个频率和装配工况重复这一过程，时间步进与结果存储负担较大。在小信号线性近似下，直接求解简谐稳态复温度场，可以避免为获得单频稳态响应而反复计算长时间历程。

本文以已完成的低频热传递测量研究[3]为基础，围绕 COMSOL 频域建模与 MATLAB 联合分析重新组织方法和结果：先由三维温度场确定主导传热路径与热等效结构，再统一提取仿真和实验的温度响应比，最后结合不确定度与接触热导敏感性分析解释幅值偏差。实验验证范围为 0.2 至 6.14 mHz，比较对象为热等效样机；完整结构与样机之间的简化偏差另行评估。

2 理论与实验设计

2.1 小信号频域传热模型

将温度写为平衡温度与扰动之和，即 $T = T_0 + \theta$，且 $|\theta| \ll T_0$。在本研究的扰动范围内，材料热物性取定值，固体内无体热源；忽略经边界筛查判定为次要的寄生耦合后，导热控制方程为

$$\rho c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla \theta) \tag{1}$$

其中 ρ 为密度，c_p 为比热容，k 为热导率。令 $\theta(t) = \mathrm{Re}[\hat{\theta} \exp(i\omega t)]$，$i$ 为虚数单位，$\omega = 2\pi f$，可得到直接求解复温度幅值的频域方程

$$i\omega \rho c_p \hat{\theta} = \nabla \cdot (k \nabla \hat{\theta}) \tag{2}$$

在热源侧法兰边界 Γ_s 施加简谐温度扰动，其余外边界 Γ_a 设为绝热：

$$\hat{\theta}|_{\Gamma_s} = \hat{\theta}_s, \quad n \cdot k \nabla \hat{\theta} = 0 \text{ 于 } \Gamma_a \tag{3}$$

对于有限接触热导界面，跨界面热流密度写为

$$\hat{q}_{12} = h_c(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2) \tag{4}$$

其中 h_c 为接触换热系数，单位为 W/(m²·K)，$\hat{q}_{12}$ 的正方向由侧 1 指向侧 2。理想接触对应界面温度连续。频域研究给出稳态简谐响应，不需要逐频点指定瞬态起始温度并等待过渡过程消失；线性化所依赖的平衡状态为 T_0。

2.2 归一化响应与评价范围

以热源侧法兰的实测参考温度作为共同输入，定义第 i 个位置的归一化温度传递函数

$$H_i(f) = \frac{\hat{\theta}_i}{\hat{\theta}_{\mathrm{ref}}},\ |H_i| = \frac{|\hat{\theta}_i|}{|\hat{\theta}_{\mathrm{ref}}|} \tag{5}$$

该量为温度与温度之比，无量纲。与以加热功率为输入相比，温度归一化可降低加热功率波动及热源安装耦合对比较结果的影响。仿真和实验均使用同一物理定义的参考位置与响应位置。COMSOL 可给出幅值与相位，但本研究的实验对比限于幅值；弱响应测点的相位散布尚不足以支撑可靠解释。

对于单一、充分相干的外部扰动源，目标位置的温度幅度谱密度等于参考温度幅度谱密度乘以 $|H_i|$，因而可以由目标约束反推接口允许扰动。若指标针对两个位置的温差，则应使用复传递函数之差 $|H_a - H_b|$，并考虑多源相关性；单点幅值衰减不能直接代替温差指标。

3 COMSOL 频域模型

3.1 几何结构与材料参数

完整三维模型包含传感器真空腔、支撑框架（SF）、极板框架（EH）以及抓紧定位释放机构。频域温度场显示，热扰动主要由源侧法兰沿真空腔和支撑框架传至极板框架，如图 1 所示。极板框架通过四个螺钉连接支撑框架，该连接约束了进入核心部位的固体导热路径。

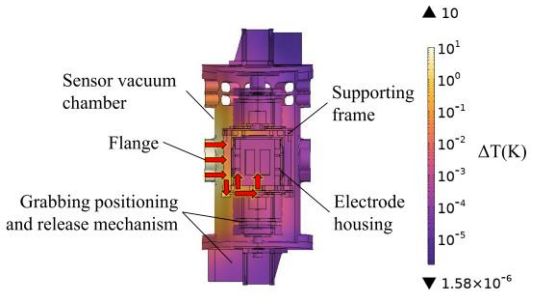


图 1 温度场与主导传热路径

依据上述路径，热等效模型保留传感器真空腔、支撑框架和极板框架，去除不处于主要固体导热路径的部件。该简化以目标传递函数的衰减形状和量级为依据，并不要求热网络在所有频率下完全相同。主要材料参数列于表 1。

表 1 主要导热部件的热物性参数

材料与部件	k W/(m·K)	ρ kg/m³	c_p J/(kg·K)
钛合金 真空腔、支撑框架等	19.5	4940	710
锡铜合金 极板框架及极板	67	7400	230

3.2 物理场与求解设置

模型采用 COMSOL Multiphysics® 6.4 传热模块的固体传热接口，配置频域研究。源侧法兰采用式（3）的简谐温度边界，其余外边界绝热。基础求解频率为 10^{-4} 至 0.1 Hz，每十倍频程 5 点，相对求解容差为 10^{-6}。由于比较量为温度响应比，在线性模型中源扰动幅值的共同比例因子会在归一化时消去。

基准工况采用理想接触。敏感性工况通过热接触节点的等效薄热阻层模型描述螺栓界面，考察真空腔与支撑框架之间的 Ti–Ti 界面，以及支撑框架与极板框架之间的 Ti–Cu 界面。为评估总体敏感性，两处界面采用相同的接触换热系数；该设置不代表两处实际界面参数已被分别辨识。

与传感器有限感温面积对应，后处理中在名义测点周围的切平面上生成半径 1 mm 的圆盘点云，保留同一模型域内最多 500 个有效插值点，先平均复温度再计算传递函数。该处理使数值输出更接近传感器贴附区域的局部平均温度。

3.3 网格检验结果

采用粗、常规和细三组网格结果，在相同参考位置、测点与求解频点上比较归一化幅值。以常规网格为基准，粗网格和细网格的平均绝对相对差分别为 0.22% 和 0.11%，最大逐点差均小于 0.8%，见表 2。该差异明显小于后文的仿真与实验幅值偏差，后续结果采用常规网格。

表 2 相对常规网格的传递函数幅值差

网格	单元数	平均差/%	最大差/%
粗网格	441054	0.22	0.77
常规网格	661493	基准	基准
细网格	988492	0.11	0.52

4 MATLAB 联合仿真与实验处理

4.1 工况管理与复温度提取

联合工作流中，COMSOL 负责三维建模与频域求解，MATLAB 负责工况组织、结果读取和对比分析，经 LiveLink™ for MATLAB® 连接。处理脚本通过 mphstart 建立连接、mphload 载入模型，以 model.param.set 设置当前工况的接触换热系数 h_c，再以 model.study(...).run 调用频域求解；求解完成后由 mphinterp 提取参考位置与下游测点的复温度，并通过 mphmeshstats 读取网格统计。各工况按式（5）统一归一化，输出幅值表和比较图。

如 3.2 节所述，求解频点为每十倍频程 5 点，不包含六个实验激励频率。与实验比较时，实验频点处的仿真幅值由相邻求解频点的结果经对数插值得到；式（8）的幅值偏差和表 5 的幅值变化均在这些频点上统计。

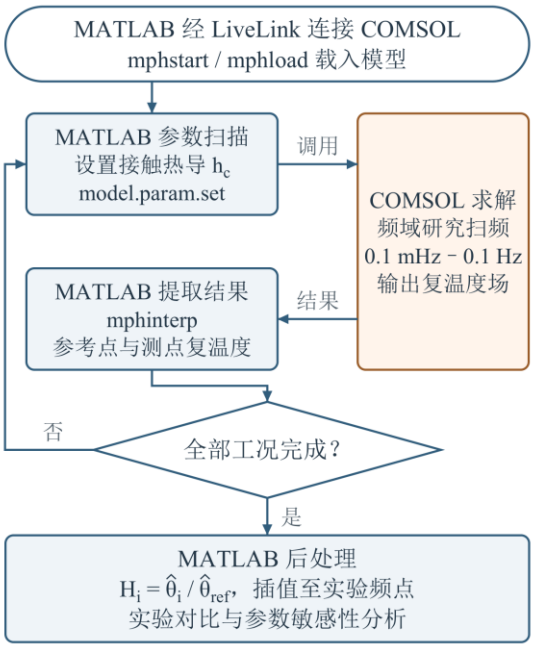


图 2 MATLAB 与 COMSOL 联合仿真流程

图 2 中蓝色框为 MATLAB 侧任务，橙色框为 COMSOL 侧任务。MATLAB 逐一设置接触热导工况，经 LiveLink 调用 COMSOL 频域求解并提取参考点与测点的复温度；全部工况完成后，直接在 MATLAB 中进行归一化、实验频点插值、实验对比和参数敏感性分析。

4.2 真空标定实验

实验将热等效样机置于真空腔内，在源侧法兰施加周期热激励，并沿主导传热路径布置参考与响应测点，如图 3 所示。抽气后压强约为 10^{-4} Pa，实验期间维持在该量级或以下。样机外表面及电缆包覆多层隔热材料，并通过直径 0.4 mm 的钛丝悬挂于 PEEK 支撑杆，以降低辐射与支撑漏热。

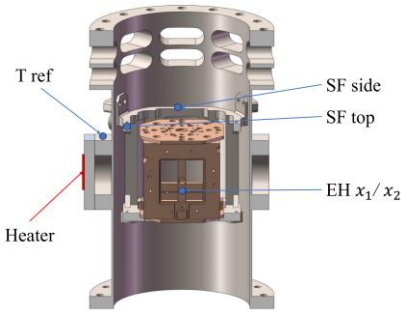


图 3 加热及测温点位置

边界影响评估表明：压强不高于 10^{-3} Pa 时，残余气体引起的目标幅值变化小于 0.1%；在本实验条件下，寄生辐射及悬挂漏热对目标传递函数的影响也均低于 0.1% 的筛选阈值。实验边界因而可近似对应以结构导热为主的数值模型。该判断限于已评估的配置和压强范围。

温度由 10 kΩ NTC 热敏电阻与 Fluke 1586A 多通道系统采集，各通道分别标定，采用共同时间基准，以 0.1 Hz 采样。依次施加 0.2、0.6、1.31、1.69、2.19 和 6.14 mHz 六个频率的激励，源温度扰动幅值控制在 5 K 以下。剔除初始过渡后，每个有效稳态段至少包含 8 个完整周期；使用相互重叠的三周期子段评估响应稳定性。

4.3 幅值提取与不确定度

对参考与响应通道实施相同的去趋势、Hann 加窗和频点选择，在激励频率处提取复幅值。使用 FFT 时，估计式为

$$Z_i = \frac{2}{\sum_{n=0}^{N-1} w_n} \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{T}_i(t_n) w_n e^{-i2\pi k_0 n/N} \quad (6)$$

式中 n 从 0 至 N−1，k_0 为激励频率对应的 FFT 频点。窗口尽可能包含整数个激励周期；未完全对齐时采用最近频点，参考与响应通道使用相同规则。传递函数幅值由 $|Z_i|/|Z_{ref}|$ 得到，共同窗增益在比值中消去。

按 GUM 框架[4]，A 类分量由单次运行中稳态子段的幅值散布评定，利用有效独立子段数 M_{eff} 修正重叠相关性；B 类分量保留有限感温面积、胶层动态效应与仪器分辨率。表 3 总结评估。

表 3 幅值测量的相对标准不确定度分量

分量	评估与结果
子段散布 A 类	子段标准差除以有效子段数平方根及平均幅值，约 2.3%至 41%
有限感温面积	1.0%界限按矩形分布折算，标准不确定度 0.58%
胶层动态效应	0.30%界限按矩形分布折算，标准不确定度 0.17%
仪器分辨率	以 0.08 mK 界限分别传播参考与响应幅值，约 0.033%至 7.3%
边界与标定筛查	气体、辐射、漏热及标定灵敏度比的影响低于 0.1%，不单列为保留分量

保留分量按相互独立处理，合成相对标准不确定度为

$$u_{c,rel} = \sqrt{u_{A,rel}^2 + u_{B,area}^2 + u_{B,adh}^2 + u_{B,instr}^2} \quad (7)$$

图中幅值误差棒使用 $u_{c,abs} = |H_{exp}| u_{c,rel}$，其中相对量以小数代入，覆盖因子 k = 1。它表示测量的标准不确定度，未包含数值模型的参数不确定度。6.14 mHz 处极板框架响应很弱，A 类分量约达 36% 至 41%；支撑框架相应值低于约 13%。因此高频弱响应的不确定度需要逐点报告，不能用一个固定百分比代表整个频带。

5 仿真与实验结果及讨论

5.1 主导路径与简化模型

完整模型与热等效模型的幅值曲线在 0.2 至 20 mHz 内均衰减超过四个数量级，显示主导路径具有明显低通特性。以完整模型为分母，热等效模型幅值偏大的相对差由 0.25 mHz 处约 42%，下降至 6.31 mHz 处约 14%，并在 15.85 mHz 处降至约 2.2%。这支持用热等效样机评估主导路

径的衰减形状和量级，同时说明样机并非完整结构的严格等效体。

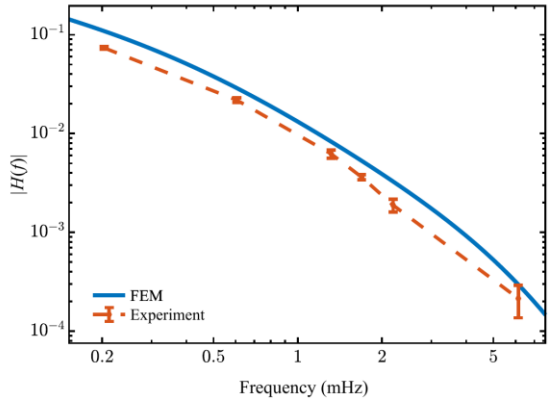
上述约 14% 对应最接近 6 mHz 指标频率的仿真点 6.31 mHz。该模型间偏差与下一节“热等效模型仿真对样机实验”的幅值偏差具有不同的比较对象，不能直接相加为整机误差。

5.2 四测点幅值与有效时间尺度

图 4 比较四个代表性测点的仿真和实验幅值。两者随频率增加而衰减的趋势相近，但理想接触基准仿真系统性偏高。为明确百分比含义，以实测幅值为分母定义平均有符号相对偏差

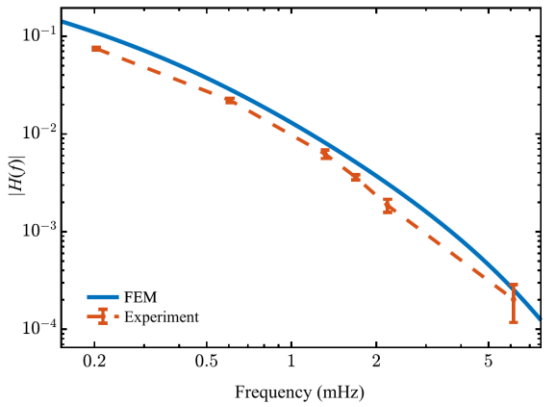
$$\delta_i = \frac{1}{N_f}\sum_{j=1}^{N_f}\frac{|H_{\mathrm{exp}}|-|H_{\mathrm{FEM}}|}{|H_{\mathrm{exp}}|}\times 100\% \qquad (8)$$

式中 $N_f = 6$，各幅值均在同一测点和同一比较频率处取值。极板框架 x_1、x_2 和支撑框架顶部、侧面的平均偏差分别为 −31%、−28%、−10% 和 −14%。该空间分布表明，偏差并非各测点共同的简单比例偏移。



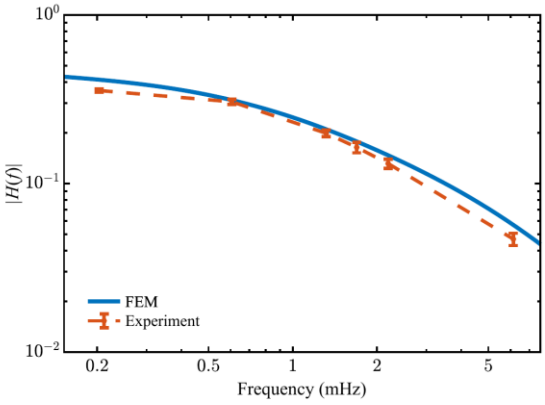
(a) EH x1

图 4a 极板框架 x_1 幅频特性对比



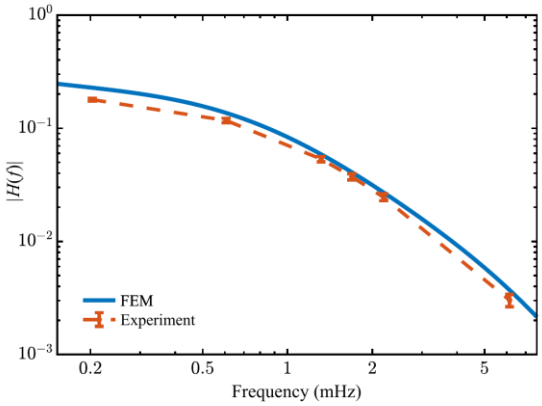
(b) EH x2

图 4b 极板框架 x_2 幅频特性对比



(c) SF top

图 4c 支撑框架顶部幅频特性对比



(d) SF side

图 4d 支撑框架侧面幅频特性对比

以逐点幅值偏差绝对值除以对应合成相对标准不确定度，极板框架各测点均有六个频点中的五个超过 2；支撑框架结果主要位于 1 至 2。因而极板框架多数频点的幅值差不能仅由已评估的测量不确定度解释。该比值用于衡量差异相对测量不确定度的大小，并非包含模型不确定度的完整一致性检验。

为比较衰减形状，分别以增益 A 和两个一阶有效项拟合实验及仿真幅值：

$$|H_{\mathrm{fit}}| = A\prod_{k=1}^{2}[1+(2\pi f\tau_k)^2]^{-\frac{1}{2}} \qquad (9)$$

仅将截止频率位于或接近实测频带的项保留为有效描述量；主导有效时间尺度为这些时间常数的几何平均。它用于概括目标频带中的响应形状，不对应热网络的唯一物理分解。表 4 给出原研究的拟合结果。

表 4 四测点主导有效时间尺度与幅值偏差

测点	τ 实验/s	τ 仿真/s	Δτ/%	δ/%
EH x_1	544.44	551.26	−1.3	−31
EH x_2	563.60	560.33	0.6	−28
SF 顶部	188.31	190.33	−1.1	−10
SF 侧面	195.06	206.36	−5.8	−14

其中 $\Delta\tau=(\tau_{实验}-\tau_{仿真})/\tau_{实验}$。两者均能区分极板框架约 550 s 的较慢响应和支撑框架约 190 s 的较快响应，$|\Delta\tau|$ 不超过 5.8%。在三个较高实验频点上，$20\log_{10}|H|$ 对 $\log_{10}f$ 的拟合斜率之差不超过 3 dB/dec。参数自举分析显示，四测点实验时间尺度的 68% 区间分别为 530 至 656 s、547 至 697 s、177 至 198 s 和 188 至 200 s；前三处仿真值落入相应区间，支撑框架侧面仿真值略高于区间上限。

这些结果支持衰减趋势与有效时间尺度相近的判断，仍保留绝对幅值的系统差异。实验相位在高频弱响应处的散布较大，因此不进一步声称完整复传递函数已得到实验验证。

5.3 接触热导对空间偏差的解释

螺栓连接的接触热导受装配预紧力、表面状态和实际接触面积等因素影响[5,6]。模型在两处关键界面同时引入有限接触热导，计算 h_c = 1600、1150 和 850 W/(m²·K) 三个工况，并相对理想接触工况统计六个实验频率上的平均绝对相对幅值变化，结果见表 5。表内百分比以理想接触仿真幅值为分母，与式（8）的实验分母不同。

表 5 相对理想接触的平均幅值降低量

h_c W/(m²·K)	EH x_1 %	EH x_2 %	SF 顶部 %	SF 侧面 %
1600	34.8	34.8	16.9	13.1
1150	41.7	41.6	20.7	16.3
850	48.0	47.9	24.3	19.4

有限接触热导降低了下游传递函数幅值，且 h_c 越小，降低量越大。极板框架的变化约为 35% 至 48%，支撑框架约为 13% 至 24%，与实验中“极板框架幅值偏差大于支撑框架”的空间特征相符。因此界面接触热导是后续模型修正的优先参数之一。

上述扫描给出参数敏感性和可能的物理解释，并未通过独立试验确定各界面的实际 h_c，也未完成多参数反演。材料参数、结构装配差异及边界近似仍可能贡献残差；不能把某一试算工况直接认定为已校准模型。

6 结论

本文采用 COMSOL 固体传热接口与频域研究，结合 LiveLink for MATLAB 建立了低频温度传递函数的联合分析流程。直接求解稳态复温度场，避免了逐频点等待超长瞬态过程；统一的测点和归一化规则支持多工况结果提取与实验比较。温度场揭示了由源侧法兰经支撑框架传至极板框架的主导导热路径，为热等效样机及测点布置提供依据。三组网格的最大幅值差小于 0.8%；热等效模型与完整模型在 6.31 mHz 处的幅值差约为 14%，使用样机结果时需要保留该简化偏差。

真空实验与仿真的衰减趋势相近，主导有效时间尺度的相对差不超过 5.8%，但理想接触仿真幅值平均偏高约 10% 至 31%。有限接触热导能够部分解释偏差的空间分布。该流程可支持热路径识别、接口指标分配及模型对比；进一步提高绝对幅值预测能力，需要独立约束界面参数，并改善高频核心测点的弱响应测量。

参考文献

[1] Luo J, Chen L S, Duan H Z, et al. TianQin: a space-borne gravitational wave detector[J]. Classical and Quantum Gravity, 2016, 33(3): 035010. DOI: 10.1088/0264-9381/33/3/035010.
[2] Wei F, Luo X, Qu S, et al. Low frequency thermal stability of the TianQin inertial sensor[J]. International Communications in Heat and Mass Transfer, 2025, 164: 108960. DOI: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2025.108960.
[3] Li M, Wei F, Chen H, et al. Experimental identification of low frequency thermal transfer function magnitudes of a thermal equivalent model for the TianQin inertial sensor[J]. Aerospace Science and Technology, 2026, 179: 113368. DOI: 10.1016/j.ast.2026.113368.
[4] Joint Committee for Guides in Metrology. Evaluation of measurement data: Guide to the expression of uncertainty in measurement[S]. JCGM 100:2008, 2008. DOI: 10.59161/JCGM100-2008E.
[5] Fukuoka T, Nomura M. Measurement of thermal contact resistance at the interface composed of titanium and titanium alloy and its application to bolted joints[J]. Transactions of the JSME, 2017, 83(851): 17-00018. DOI: 10.1299/transjsme.17-00018.
[6] Dai Y J, Gou J J, Ren X J, et al. A test-validated prediction model of thermal contact resistance for Ti-6Al-4V alloy[J]. Applied Energy, 2018, 228: 1601–1617. DOI: 10.1016/j.apenergy.2018.06.134.

致谢

本研究得到国家重点研发计划（2022YFC2204404、2024YFC2207004）和国家自然科学基金（42274229）资助。