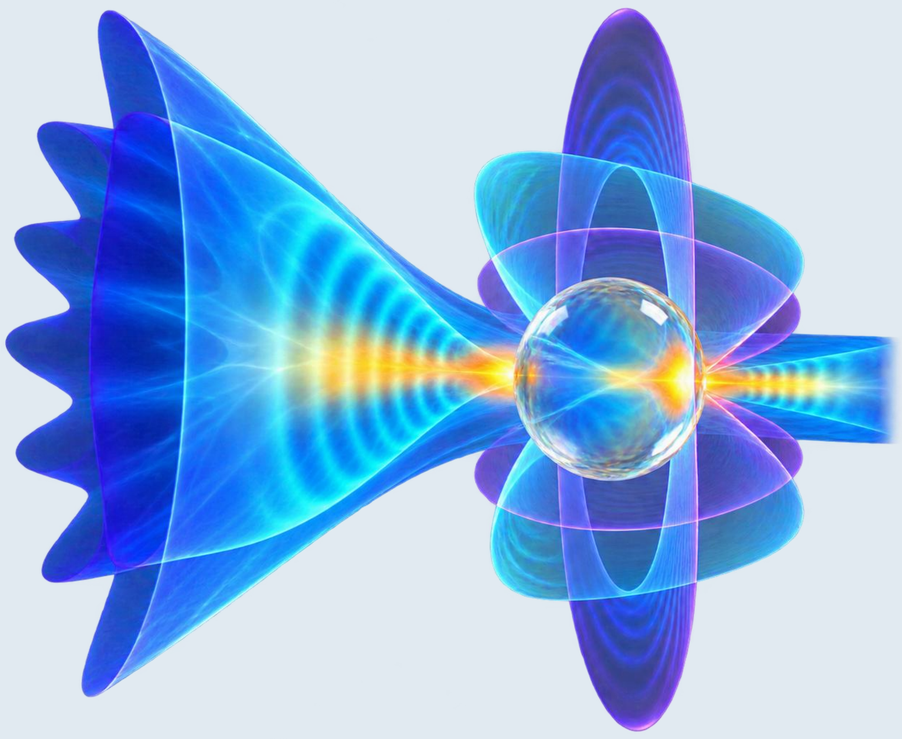


基于方位角展开与频谱展开的大尺寸颗粒非对称光镊力与刚度降维仿真

薛啸天[1]，郭佳鑫[1]，赵鉴侨[1]，王炜鹏[1]，张政军[1]

[1] 清华大学材料学院，北京，中国

摘要 Abstract

现有光镊全波模型多面向亚波长颗粒。若将直接三维方法由 250 nm 微球扩展至 10 μm 颗粒，在保持相同空间分辨率时，线尺度增加 40 倍，体网格数量理论上可增加约 6.4×10^4 倍，导致自由度、内存占用与参数扫描成本急剧上升。本研究建立二维轴对称波动光学模型，利用方位模态展开保留三维矢量电磁场信息，将 Gaussian 光束和非对称光片分解为多个角向模态；轴向光力由各模态 Maxwell 应力张量求和获得，横向刚度由基态场与一阶位移微扰场的交叉应力张量及相邻模态对求和获得。后处理程序进一步完成模态收敛检查、功率缩放、重力—浮力平衡搜索与稳定性判定。对 1–10 μm 聚苯乙烯微球的计算以及与三维模型的对比表明，该方法能够在降低大尺寸颗粒全波计算规模的同时，恢复轴向平衡位置和三向刚度；多波长结果还可用于飞秒脉冲的离散频谱加权分析。

关键词：全波光镊；二维轴对称；方位模态展开；Maxwell 应力张量；光力梯度

01 研究背景与计算瓶颈

光镊力来自颗粒表面电磁应力，因此模型必须同时解析入射光、散射场和颗粒边界。常见三维全波算例（如 Application ID 144261）以 250 nm 二氧化硅微球为对象；当颗粒直径增至 10 μm，并保持颗粒边界与波长尺度上的相近网格分辨率时，计算域和颗粒表面都需要同步扩展与细化。非对称光场还不能由单一轴对称解表示，因此直接三维扫描粒径、位置、波长和功率会迅速增加自由度、内存与计算时间。

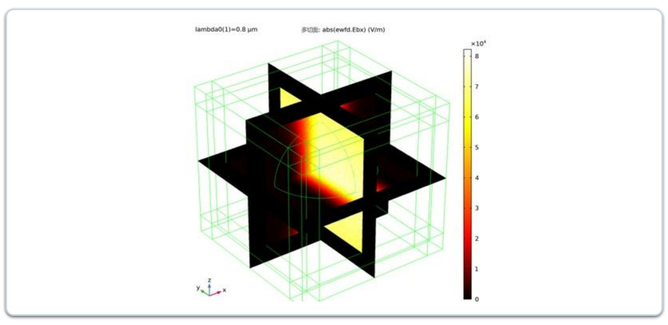


图 1 三维参考模型必须在完整 x–y–z 计算域中解析非对称入射电场。

从 250 nm 到 10 μm：直径增加 40 倍。若三维各方向的网格数量均按相同比例增加，则体网格的个数增加倍数为 $40^3 = 6.4\times10^4$。

02 二维轴对称全波模型

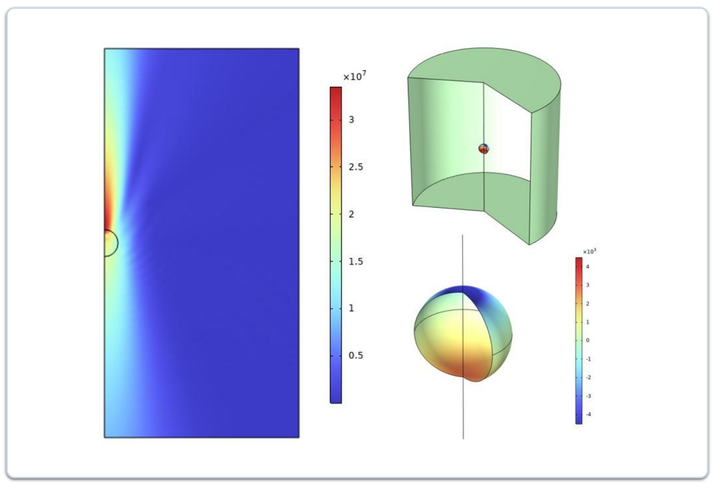


图 2 r–z 计算域中的电场分布、球形颗粒位置及颗粒表面应力分布（此结果为1阶模）。

几何采用包含球形颗粒和水介质的二维轴对称 r–z 截面，但电场本身不被强制为轴对称。对给定波长和颗粒位置，每个角向模态都在同一二维网格上独立求解；这种做法保留了完整三维矢量场的角向信息，同时避免为每个参数点重复构建三维体网格。球面上的 Maxwell 应力张量积分随后给出各模态的力学贡献。

$$\boldsymbol{F}^{(m)} = \oint_{S_p} \langle \boldsymbol{T}^{(m)} \rangle \cdot \boldsymbol{n}\, \mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

03 方位模态展开

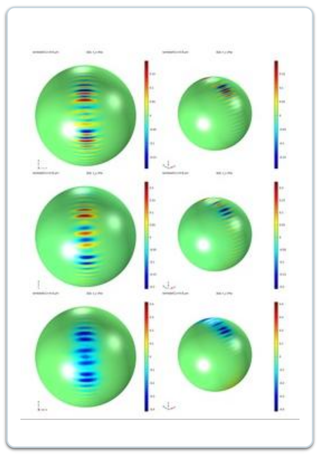
任意三维入射场 E(r,φ,z) → **按 exp(imφ) 展开得到 m 模态** → **逐模态求解并在谱域重构**

$$E(r,\phi,z,\lambda) = \sum_m E_m(r,z,\lambda)e^{im\phi}$$

任意非轴对称光场都可写成一组方位谐波的叠加。由于旋转对称几何中的不同 m 模态彼此独立，求解器只需依次计算多个二维 r–z 问题。所需模态阶数由入射场的角向结构决定：近圆对称 Gaussian 光斑主要由少量低阶模态组成，而长宽比更大的光片需要更宽的 m 范围。模态截断通过逐步增加 |m| 并检查 Fz、kx 和 ky 的收敛性确定。

空间分解的作用：把一个难以参数扫描的三维问题，转化为若干可独立计算和并行处理的二维模态问题。

04 光力、刚度与稳定性重构



对每个基模，在颗粒表面对 Maxwell 应力张量（MST）积分得到光力。方位角积分使不同 m 的轴向交叉项正交，因此轴向力 Fz 可由各模态自项直接求和。横向位移会把基模 mb 耦合到一阶微扰模 mp=mb±1；kx 与 ky 来自基态场和位移微扰场的交叉 MST，而不是单个模态的独立力。后处理按照 (mb,mp) 成对累加，并同时检查正、负 m 及相邻模态对的收敛性。

图3 不同方位模态组合下颗粒表面的 Maxwell 应力分布及光力重构。

$$\boldsymbol{F_z}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{\lambda}) = \sum_{\boldsymbol{m}} \boldsymbol{F_{z,m}}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{\lambda})$$

$$\boldsymbol{k_x} = \sum_{\boldsymbol{m_b}} \sum_{\boldsymbol{m_p}=\boldsymbol{m_b}\pm\boldsymbol{1}} \boldsymbol{k_{x,m_b,m_p}}$$

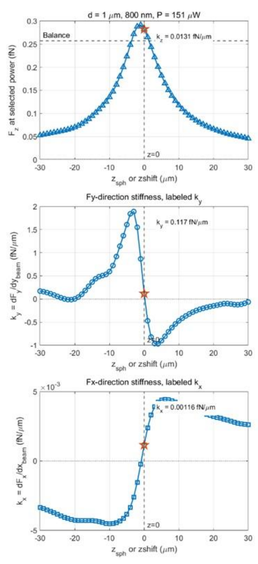
$$\boldsymbol{F_z} + \boldsymbol{F_b} + \boldsymbol{F_g} = \boldsymbol{0}$$

$$\boldsymbol{k_z} = -\boldsymbol{\partial F_z}/\boldsymbol{\partial z} > \boldsymbol{0}, \quad \boldsymbol{k_x} > \boldsymbol{0}, \quad \boldsymbol{k_y} > \boldsymbol{0}$$

平衡位置 zeq 由轴向光力、浮力和重力的总和为零确定。稳定交点必须同时满足轴向回复刚度 kz>0；再在同一 zeq 处读取 kx 与 ky，才能判断三维稳定俘获。若只寻找 Fz=0，或只报告某一位置的横向刚度，都不足以确认稳态平衡。

后处理链路：模态收敛检查 → 端口功率归一化与目标功率缩放 → 三力平衡搜索 → 在 zeq 处插值 kz、kx、ky。

05 代表性结果：由平衡点读取刚度



以 1 μm 聚苯乙烯微球在1 × 19 um FWHM 光片光镊下的受力为例：

① 上图计算 Fz–z 曲线，并与重力—浮力对应的水平力线求交；橙色星号给出满足负斜率条件的稳定 zeq。

② 中、下图分别给出 y 与 x 方向的力梯度。横向刚度必须在同一 zeq 处读取，不能在各自曲线的峰值位置分别取值。

③ 对 2、5 和 10 μm 微球重复相同流程，可得到平衡位置与三向刚度。这些粒径用于展示求解流程的适用范围，并不作为方法上限。

图 4 同一稳定平衡位置处的 Fz、ky 与 kx。

06 二维重构与三维模型对比

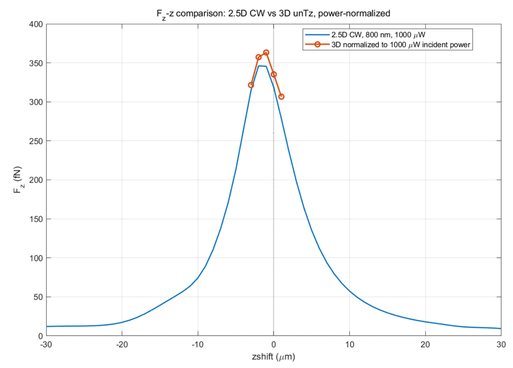


图5 二维方位模态重构结果与三维全波模型计算的轴向光力Fz对比。

在相同光场与颗粒条件下，将三维模型结果按入射功率归一化后，与二维方位模态重构的 Fz–z 曲线进行比较。两者在主要峰值区域取得较好一致性，说明降维模型能够恢复三维全波响应的主要位置依赖与力值尺度。

07 扩展算例：光片与脉冲频谱

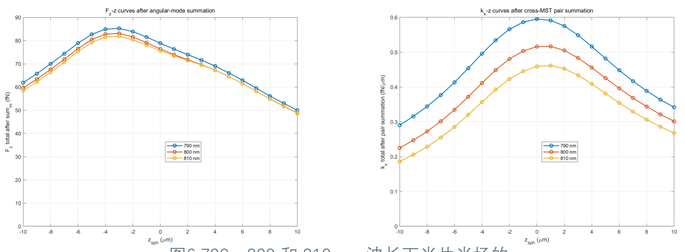


图6 790、800 和 810 nm 波长下光片光场的
（a）轴向光力 Fz 和（b）横向刚度 kx 随颗粒轴向位置的变化。

算例采用 19 μm×1 μm 光片，并分别计算 790、800 和 810 nm 的连续波结果。光片的空间非对称性仍由方位模态展开处理；对于中心波长 800 nm、脉宽 120 fs 的变换极限 Gaussian 脉冲，谱宽约为 Δλ≈7.8 nm，可将离散波长结果按光谱权重 Wi 求和：

$$\langle \boldsymbol{F}_{\mathrm{pulse}} \rangle = \sum_i \boldsymbol{W}_i \boldsymbol{F}_{\mathrm{CW}}(\boldsymbol{\lambda}_i), \quad \sum_i \boldsymbol{W}_i = \boldsymbol{1}$$

结论 ① 方位模态将非对称三维全波问题转化为可独立求解的二维 r–z 模态；② MST 自项与相邻模态交叉项分别重构 Fz 与 kx/ky；③ 平衡搜索和三维对比共同验证主要力学响应。

References 1. L. G. Wang and C. L. Zhao, Opt. Express 15, 10615–10621 (2007). 2. N. Baro and P. P. Mondal, Commun. Biol. 8, 1763 (2025).
3. K. Krishna et al., J. Biomed. Opt. 29, 086501 (2024). 4. K. Krishna et al., Opt. Eng. 64, 024107 (2025).

清華大學 Tsinghua University