基于实验数字孪生模型与参数反演的不规则岩样渗透率测定方法

李东昱[1]，刘清泉[1*]

1. 中国矿业大学安全工程学院，徐州，江苏，中国。

摘要

渗透率是表征储层流体流动能力的关键参数，瞬态压力脉冲衰减（TPPD）法测定低渗岩石渗透率通常要求规则试样，而取芯过程中岩样常破碎为不规则形状，解析方法失效。为此，本研究以 COMSOL Multiphysics 为仿真平台，建立描述 TPPD 实验全过程的气体流动模型。所有控制方程均通过偏微分方程（PDE）接口自定义实现：自由流动区（上下游气罐及管路）求解蠕流（Stokes）方程，多孔介质区（岩样）求解基于达西定律的渗流方程，二者在流体-多孔界面以质量与动量守恒条件耦合，外边界设为无流边界；不规则岩样经三维扫描获取数字几何模型、简化网格后直接导入建模，规则试样模型简化为气罐-试样-气罐结构。模型在时域内完整求解压差衰减过程，模拟与实验压差曲线对比；进而以实验数据为目标，调用内置优化模块、采用 Levenberg-Marquardt 算法反演渗透率，并以蒙特卡洛模拟量化参数不确定性、给出 95% 置信区间。结果显示：规则岩样正演与反演拟合精度 R^2 达 0.9776 和 0.9820，反演渗透率 0.148 mD 与解析解 0.143 mD 仅差 0.005 mD；不规则岩样 12 次实验反演拟合精度 R^2 均高于 0.9659。结论：该基于 COMSOL PDE 建模的数值反演方法突破了传统解析方法对试样形状的限制，实现了任意形状低渗岩样渗透率的可靠测定，为非常规储层渗流研究提供了有效工具。相关成果已形成学术论文，发表于国际期刊 International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences。

关键词：渗透率；反演；达西定律；瞬态压力脉冲衰减；优化模块；不规则岩石。

简介

渗透率表征多孔介质允许流体通过的能力，是煤层气、页岩气等非常规油气资源勘探开发的关键参数[1]。室内渗透率测试方法分为稳态与非稳态两类：稳态法要求精确测量稳定压差与流量，对传感器精度和温度稳定性要求较高[2]；Brace 等[3]提出的瞬态压力脉冲衰减（Transient Pressure Pulse Decay，TPPD）法在饱和试样上游施加压力脉冲，通过拟合压差衰减曲线并结合解析解计算渗透率，特别适用于致密岩石，此后经 Dicker 和 Smits[4]、Jones[5]等不断完善。

上述方法均以理论解为基础：利用几何对称性将流动本构方程简化为线性边值问题，进而导出渗透率解析公式，这决定了其只适用于柱体、长方体等规则形状试样。然而，非常规储层非均质性强，钻取岩心常发生结构性破碎与层理缺失；断层带、岩浆岩区与构造应力集中区岩石更易破碎，深部取心还会因应力卸荷产生新的裂隙。不规则样品的流动边界条件无法解析表达，理论解不再适用。

数值方法具有灵活的几何建模能力，是解决该问题的有效途径。本文在前期建立的 TPPD 数值模型[6]基础上，基于 COMSOL Multiphysics®[8]构建完整描述试验全过程的物理场模型，并利用优化模块实现渗透率的反问题求解；通过改进的 TPPD 试验获取不规则样品实测数据，对方法进行了系统验证。本研究完整成果已发表于岩石力学领域国际著名期刊、中国科学院一区 TOP 期刊 International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences[7]；本文为其会议精炼版，重点介绍 COMSOL 中的建模与优化反演实现。

TPPD 试验的物理模型与控制方程

请在此处介绍您的仿真工作背后涉及的理论。

2.1 试验原理

TPPD 试验系统由上游气罐、岩样与下游气罐三部分组成（图 1）。试验前系统处于初始平衡压力 p_0；随后向上游气罐施加瞬时脉冲压力 p_p，上下游形成压差；在压差驱动下，气体自上游气罐经岩样渗流至下游气罐，压差随时间呈负指数衰减，其衰减速率由岩样渗透率控制。因此，测定压差衰减曲线即可反算渗透率。

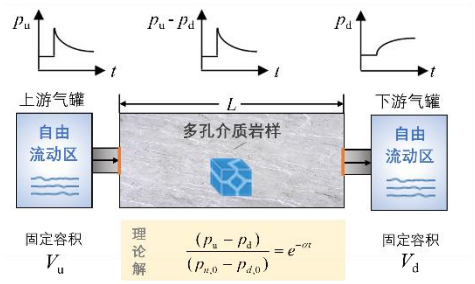


图 1 TPPD 方法原理

2.2 控制方程与定解条件

试验系统内存在两类流动区域，需分别建立数学描述。气罐内为自由流动：试验流速与雷诺数极低（Re≪1），惯性项可忽略，气体运动由连续性方程与蠕动流（Stokes 流）方程描述：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho v)=0 \tag{1}$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)=-\nabla p+\nabla\cdot\left(\mu(\nabla v+(\nabla v)^T)-\frac{2}{3}\mu(\nabla\cdot v)I\right)+F \tag{2}$$

式中：ρ 为气体密度；t 为时间；v 为流速矢量；p 为气体压力；μ 为动力黏度；I 为单位张量；F 为体积力。

岩样内为多孔介质渗流：试验采用非吸附性氦气，且气体扩散远慢于渗流，故岩样内气体运移可简化为纯渗流。将质量守恒（$m=\varphi\rho$，φ 为孔隙度）、达西定律与理想气体状态方程联立：

$$v=-\frac{k}{\mu}\nabla p \tag{3}$$

$$\rho=\frac{M_g}{RT}p \tag{4}$$

可得多孔介质渗流控制方程：

$$\varphi\frac{\partial p}{\partial t}=\nabla\left(\frac{k}{\mu}p\cdot\nabla p\right) \tag{5}$$

式中 k 即为待测渗透率。两类流动区域通过流体-多孔介质界面耦合，耦合条件包括界面质量守恒、法向应力平衡与切向速度为零：

$$\vec{n}\cdot(\rho_c v_c)=\vec{n}\cdot(\rho_s v_s) \tag{6}$$

$$p_c-\vec{n}\cdot\mu\left((\nabla v_c+(\nabla v_c)^T)-\frac{2}{3}\mu(\nabla\cdot v_c)I\right)\vec{n}=p_s \tag{7}$$

$$(1-\vec{n}\otimes\vec{n})v_c=0 \tag{8}$$

式中：下标 c、s 分别表示自由流动区与渗流区变量；n 为界面法向矢量。模型所有外边界（上游气罐、岩样与下游气罐外表面）均为无流动边界：

$$\frac{k}{\mu}\cdot\nabla p\cdot\vec{n}=0 \tag{9}$$

初始条件为：上游气罐压力为 p_0+p_p，岩样与下游气罐压力为 p_0：

$$\begin{cases} p=p_0+p_p & \text{in}\quad \Omega_{up} \\ p=p_0 & \text{in}\quad \Omega_{sample}\quad \text{and}\quad \Omega_{down} \end{cases} \tag{10}$$

2.3 理论解及其局限

Brace 等[3]忽略气罐内自由流动，并假设岩样几何轴对称、孔隙体积集中于样品中心，将上述模型退化为一维问题，得到压差衰减规律与渗透率理论解：

$$\frac{(p_u-p_f)}{(p_0-p_f)}=\frac{V_d}{(V_u+V_d)}e^{-\alpha t} \tag{11}$$

$$k=\frac{\alpha\beta\mu L V_u V_d}{A(V_u+V_d)} \tag{12}$$

式中：p_u 为上游气罐压力；p_f 为最终平衡压力；V_u、V_d 为上下游气罐容积；L、A 为岩样长度与截面积；β 为流体压缩系数；α 由压差衰减曲线拟合获得。推导过程表明，理论解依赖将流动方程化为线性边值问题，因而仅适用于规则形状样品；不规则样品中流动不再是一维的，解析解失效——这正是引入数值模型的根本原因。

3 试验设计

试验按“先验证、后应用”的总体策略设计（图 2）：(1) 对规则柱样（硬煤 Y1、软煤 X1）开展常规 TPPD 试验，以理论解与数值反演双重分析验证模型可靠性；(2) 将试验后的柱样破碎，制备 4 个不规则样品（Y2、X-UP、X-MID、X-DOWN）；(3) 以 ZEISS 蓝光三维扫描（最小点

距 18 μm）获取其数字几何，经 1 mm 容差抽稀简化；(4) 环氧浇铸封装、预埋钢管导流，在与原柱样相同条件下测试，反演渗透率并与柱样结果对照。

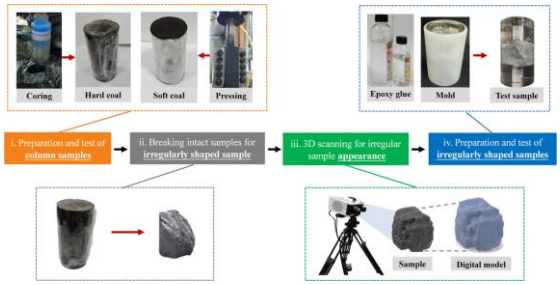


图 2 实验室试验总体策略（以适配数值孪生模型）

测试气体为氦气（排除吸附、扩散干扰）；围压/气压按 3/5/7 MPa 组合；共获得 6 组柱样与 12 组不规则样品压差衰减数据，分别用于模型验证与反演目标输入。

4 基于 COMSOL 的数值模型与优化反演

4.1 几何模型与物理场设置

第 3 章的试验系统在 COMSOL Multiphysics®（v6.2）中被构建为其数字孪生模型：几何按试验装置 1:1 重建、物理参数取自实测、试验条件一一对应，试验全程可在模型中复现。规则样品模型由上游气罐、圆柱岩样与下游气罐三段组成（图 3）：岩样直径 49.63 mm、长度 99.56 mm；上下游气罐与岩样等径，其长度按实测容积换算分别为 50.28 mm 与 50.62 mm。

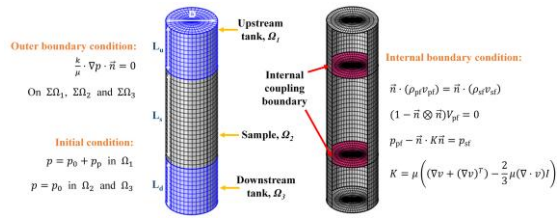


图 3 圆柱样品 TPPD 试验的 COMSOL 几何模型

物理场设置与第 2 节数学模型一一对应：气罐自由流动与岩样渗流分别以蠕动流与达西定律的偏微分方程（PDE）形式实现（对应层流与达西定律物理场接口），两类方程通过内置的流体-多孔介质耦合边界条件（式(6)–(8)）衔接；外边界满足无流动条件（式(9)）；初始条件按式(10)设置，即上游气罐赋初值 p_0+p_p，其余区域为 p_0。模型主要参数见表 1，其中以正态分布 N(均值，标准差) 表示的参数在反演中作为随机变量处理（见 4.2 节）。研究类型为瞬态研究，模拟 800 s 的完整压差衰减历程；渗透率反演完全由优化模块的参数估计功能完成（见 4.2 节），无需任何外部代码。

不规则样数值模型将中部岩样替换为第 3 章的扫描几何与导流钢管（图 4），气罐直径 50 mm、钢管直径 7.525 mm，其余设置与规则模型一致。

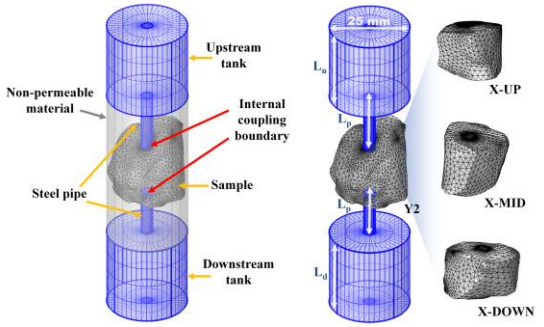


图 4 不规则样品 TPPD 试验的 COMSOL 几何模型

表 1 圆柱样品数值模型主要参数

参数	取值
上游气罐体积 V_u (mL)	$V_u \sim N(97.72, 0.5)$
下游气罐体积 V_d (mL)	$V_d \sim N(97.93, 0.5)$
试验温度 T (K)	$T \sim N(298.15, 1)$
氦气动力黏度 μ (Pa·s)	$\mu \sim N(1.99\times10^{-5}, 3\times10^{-7})$
岩样孔隙度 φ	$\varphi \sim N(0.075, 0.01)$
岩样直径 / 长度 (mm)	49.63 / 99.56
气罐长度 L_u / L_d (mm)	50.28 / 50.62
初始压力 p_0 (MPa)	1
脉冲压力 p_p (kPa)	97.4

4.2 优化模块反演渗透率

渗透率测定归结为反问题优化：以实测压差衰减曲线为目标函数、以渗透率 k 为控制变量，优化算法迭代调用正演模拟，搜索使模拟曲线与实测曲线偏差最小的 k 值（图 5）。该功能在 COMSOL 优化模块中以参数估计研究步骤实现：目标函数取 800 s 内模拟与实测压差的最小二乘

偏差，控制变量 k 设置初值与上下界，优化算法采用 Levenberg-Marquardt（L-M）算法。L-M 算法介于牛顿法与梯度下降之间，对超参数化不敏感，可有效处理冗余参数并显著降低目标函数陷入局部极小的概率[6]。

为评估参数不确定性对反演结果的影响，将 V_u、V_d、T、μ、φ 等关键参数按表 1 所列分布随机取值，开展蒙特卡洛多次反演，给出渗透率的 95% 置信区间。

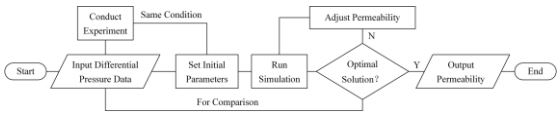


图 5 基于反问题优化的渗透率求解流程

5 结果与讨论

5.1 规则样品：模型验证

首先以试验 #X1-2（围压 5 MPa、气压 1 MPa）验证模型。正演模拟取理论解渗透率 0.143 mD，所得流场如图 6：流线分布均匀，压力自上游向下游逐渐降低，符合达西渗流特征。将 800 s 模拟压差曲线与实测数据对比（图 7），正演与反演的拟合优度 R^2 分别为 0.9776 与 0.9820；反演最优渗透率为 0.148 mD（95% CI：[0.142, 0.156] mD），与理论解 0.143 mD 仅差 0.005 mD，且置信区间很窄。上述结果表明模型准确描述了 TPPD 试验的物理过程，反演结果准确、稳健。

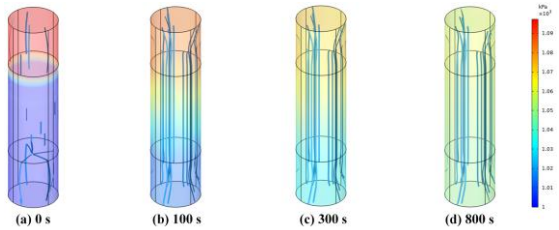


图 6 正演模拟不同时刻的气压与流线分布（#X1-2）

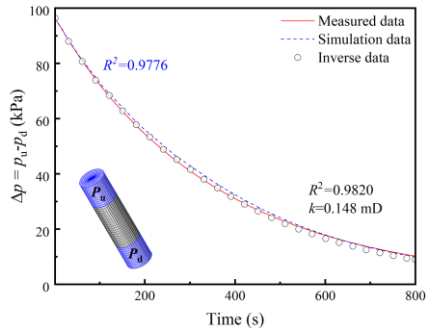


图 7 圆柱样品的实测、正演与反演压差曲线对比

5.2 不规则样品：方法应用

对 4 个不规则样品的 12 组试验逐组反演。以 #X-UP-1 为例（图 8），流线在样品中部集中，指示流速最高的区域，压力分布随不规则边界协调演化，展示了数值模型对复杂几何的适应能力。全部 12 组反演的模拟曲线与实测曲线高度吻合（图 9），R^2 均大于 0.9659，证明模型能够精确复现不规则样品的试验过程。反演渗透率汇总于表 2：不规则硬煤 Y2 渗透率为 0.00319–0.0172 mD，仅为原柱样理论解的 0.00984–0.0459；不规则软煤为 0.322–0.566 mD，为原柱样的 2.668–3.432 倍。

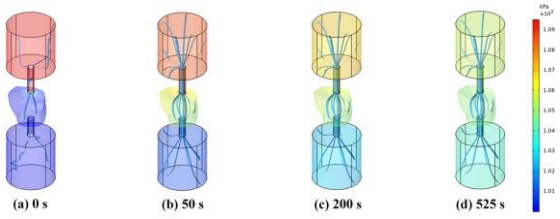


图 8 反演模拟的气压与流线分布（#X-UP-1）

上述偏离主要源于制样过程而非方法本身：硬煤在锤击破碎中松软部分易被震落，残留以最致密的骨架为主，渗透率大幅降低；软煤相对均质，切割后颗粒堆积密度下降，渗透率升高。图 9 中以原柱样渗透率正演的曲线（黑色虚线）与不规则样实测数据显著偏离，同样证明破碎过程确实改变了样品的渗透特性。此外，数值试验的便利性还为高效考察各影响因素的竞争作用提供了途径。

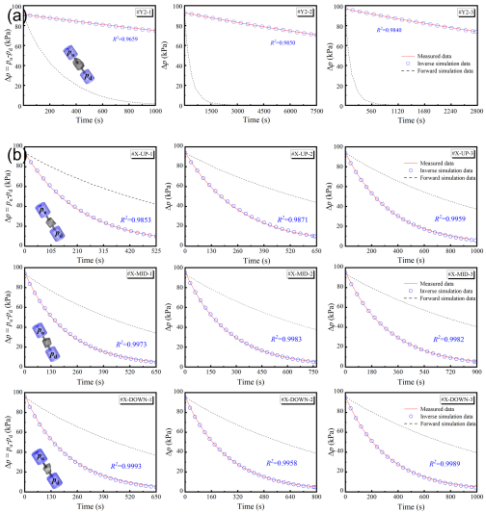


图 9 不规则样品的实测、正演与反演压差曲线对比：(a) 硬煤 Y2；(b) 软煤 X 系列

表 2 不规则样品反演渗透率结果

试验编号	反演渗透率 (mD)	原柱样理论解 (mD)	比值
Y2-1	0.0172	0.375	0.0459
Y2-2	0.00319	0.295	0.0108
Y2-3	0.00432	0.439	0.00984
X-UP-1	0.507	0.190	2.668
X-UP-2	0.412	0.143	2.881
X-UP-3	0.322	0.111	2.900
X-MID-1	0.531	0.190	2.795
X-MID-2	0.445	0.143	3.112
X-MID-3	0.371	0.111	3.342
X-DOWN-1	0.566	0.190	2.979
X-DOWN-2	0.470	0.143	3.287
X-DOWN-3	0.381	0.111	3.432

6 结论

（1）基于 COMSOL Multiphysics 建立了完整描述 TPPD 试验全过程的物理场模型（利用 PDE 构建蠕动流、达西定律、流体-多孔介质耦合物理场），正演与反演的拟合优度 R^2 分别达 0.9776 与 0.9820，反演渗透率 0.148 mD 与理论解 0.143 mD 偏差仅 0.005 mD，验证了模型与反演方法的准确性。

（2）利用优化模块的参数估计功能（最小二乘目标以及 L-M 算法）实现渗透率反演，并结合蒙特卡洛模拟给出置信区间，方法稳健、可直接推广至其他岩样参数辨识问题。

（3）方法摆脱了样品形状限制：12 组不规则煤样反演 R^2 均大于 0.9659，为破碎、难以加工岩样的渗透率测定提供了新途径。

（4）后续可将模型扩展至吸附性气体（煤层气、页岩气），并耦合吸附-解吸与应力场，研究多场耦合条件下的渗流行为。

参考文献

[1] Song Y, Li Z, Jiang Z, et al. Progress and development trend of unconventional oil and gas geological research. Petroleum Exploration and Development, 2017, 44(5): 675–685.

[2] Sander R, Pan Z, Connell L D. Laboratory measurement of low permeability unconventional gas reservoir rocks: a review of experimental methods. Journal of Natural Gas Science and Engineering, 2017, 37: 248–279.

[3] Brace W F, Walsh J B, Frangos W T. Permeability of granite under high pressure. Journal of Geophysical Research, 1968, 73(6): 2225–2236.

[4] Dicker A I, Smits R M. A practical approach for determining permeability from laboratory pressure-pulse decay measurements. SPE 17578-MS, 1988.

[5] Jones S C. A technique for faster pulse-decay permeability measurements in tight rocks. SPE Formation Evaluation, 1997, 12(1): 19–25.

[6] Liu Q, Lv B, Konietzky H, et al. A novel method for rock permeability determination based on the pressure pulse decay method and inverse numerical simulations. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2024, 57: 10229–10244.

[7] Li D, Liu Q, Konietzky H, et al. A permeability determination method for irregular rocks based on numerical Transient Pressure Pulse Decay (TPPD)

testing. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2026, 198: 106390.
[8] COMSOL Multiphysics® v. 6.2. COMSOL AB, Stockholm, Sweden. www.comsol.com

致谢

感谢国家自然科学基金（52274238、52311530336）、中央高校基本科研业务费（2021YCPY0110）与亚历山大·冯·洪堡基金会的资助。