基于 COMSOL 的三主柱特高压变压器短路磁–固耦合建模与应用

陈阳 [1]，杨舒然 [2]，赵文彬 [1]

1. 电气工程学部，上海电力大学，上海，中国

2. 数理学院，上海电力大学，上海，中国

摘要

针对特高压变压器实际短路工况下电磁载荷难以直接获取，以及绕组与绝缘支撑结构间受力关系复杂的问题，建立了一种基于实际短路故障的三主柱特高压变压器磁–固单向耦合分析方法。基于 COMSOL Multiphysics，采用 AC/DC 模块中的磁场接口和结构力学模块中的固体力学接口，根据自耦变压器绕组电流关系，将实际短路故障波形转换为三主柱绕组激励，并利用插值函数、均匀化多匝线圈等功能实现时变电流加载；在此基础上求解三维漏磁场及电磁力分布，并将电磁载荷传递至结构力学模型，实现绕组、撑条和垫块机械响应的统一计算与分层后处理。结果表明，所建立的模型能够实现实际故障数据与三维电磁–结构场计算的有效衔接，并通过局部坐标、选择集及测点等功能实现不同部件响应的针对性提取，形成由故障激励、电磁场计算、载荷传递到结构响应分析的连续建模流程。研究表明，COMSOL 多物理场建模环境能够将实际故障数据、三维场计算和结构响应分析统一于同一计算流程，为特高压变压器短路故障复现及相关结构分析提供一种可复用的数值建模方法。

关键词：COMSOL Multiphysics；特高压变压器；磁–固耦合；短路电动力

1 简介

特高压变压器短路研究既要明确绕组承受的电磁力，也要揭示载荷向撑条、垫块及端部约束的传递机制。实际故障电流具有直流偏置、峰值冲击和衰减等特征，仅采用单一峰值电流或均布机械载荷，难以准确描述内部受力的时空差异。对于结构尺度大、支撑布置复杂的设备，有限元分析可补充内部测量信息，帮助建立电磁激励与机械响应之间的联系。已有研究通过电磁–结构有限元分析识别绕组危险位置，并指出垫块材料动态特性及预紧状态对轴向稳定性具有重要影响[1–2]。

面向 COMSOL 用户的建模实践，本文主要讨论单相五柱铁心、三柱套绕组的主体变模型。重点围绕科研资料与实际短路数据的模型化应用，构建可检查、可复用的多物理场模型：保留决定漏磁路径和结构传力的关键几何关系，明确电流、场量及载荷的单位与方向，并在同一平台实现激励输入、耦合求解和分层后处理。文中所示结果取自已有三主柱研究资料，用于说明建模方法及其解释能力，不作为新一轮参数优化或失效试验的依据。

2 研究对象与建模假设

2.1 三主柱几何与传力结构

研究对象为 1000 kV 等级单相自耦变压器的三主柱主体变。三个套绕组主柱与两侧旁柱共同构成五柱铁心，各主柱由内向外依次布置低压、中压和高压绕组，同类绕组在三个主柱间并联。模型保留铁心、绕组、撑条、垫块及主要端部约束。撑条提供辐向支撑和间隔定位，垫块承担轴向支撑与载荷传递，不能简单以整个绕组的统一固定边界替代。图 1 给出三主柱几何及代表性测点位置。

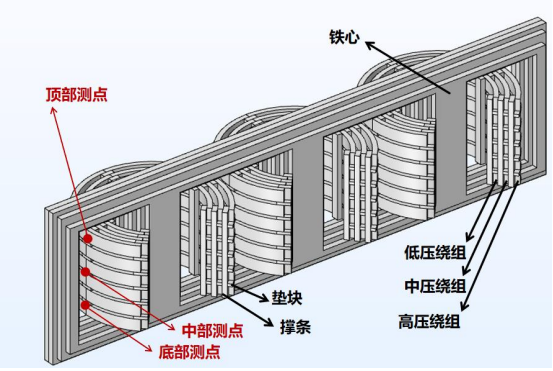


图 1 三主柱主体变有限元模型及测点示意

三维建模的必要性主要体现在邻柱、铁心窗口和离散支撑等空间结构使绕组周向受力并非处处等效。二维轴对称模型可用于前期量级校核，但难以保留上述空间差异。几何简化应以磁路和传力路径为依据，对细小引线及非关注部位适当等效，同时保留绕组端部、支撑接触位置及刚度突变区域。本文以主体变作为主要研究域，外部系统及其他组成部分的影响通过电流输入加以体现。

2.2 分析范围与基本假设

本文采用磁准静态、磁–固单向耦合及线弹性结构分析框架。同类并联支路按近似均流处理，电磁场计算得到的力密度用于驱动结构响应，结构位移不反向更新电磁几何。针对约 41 ms 的主要故障冲击阶段，不进一步求解油流及温升对材料参数的反馈。上述简化适用于方法验证及局部受力分析，其前提是结构变形不足以明显改变漏磁路径，若关注间隙闭合、大变形或长期热老化，则需扩展相应物理过程。

材料本构、支撑边界及制造细节的简化会对局部峰值产生影响，因此本文重点分析载荷传递机制，不依据单一等效应力直接判定设备安全性或损伤状态。绕组导体强度校核、绝缘件方向性压缩与剪切校核以及绕组屈曲稳定性分析，应分别采用相应的力学判据进行评价。

3 控制方程与载荷传递

3.1 从端口录波到单柱绕组电流

现场录波首先要完成量纲、互感器变比、采样时刻及电流参考方向的核对。自耦变压器的串联绕组与公共绕组电流不一定等于高、中压端口电流：若高压端电流 I_H 以流入变压器为正，中压端电流 I_M 以流出为正，则串联绕组电流 $I_s=I_H$，公共绕组电流 $I_c=I_H-I_M$；其他极性约定须相应改写，上述关系仅对应本文采用的电流参考方向，若现场录波极性或测量方向不同，应先统一参考方向后再进行绕组电流换算。设完成接线换算后的第 m 类绕组总电流为 $i_{m\Sigma}(t)$，理想均流时有

$$i_{m,k}(t) = \frac{i_{m\Sigma}(t)}{3},\ k = 1,2,3 \tag{1}$$

其中 m 表示高、中、低压绕组类别，k 为主柱编号。当前三主柱模型中三类线圈分别调用 Gliu22(t)、Zliu22(t)、Dliu22(t)，对应的单柱激励通过内嵌插值表保存，便于避免模型迁移后外部数据路径失效。

3.2 磁场控制方程

采用磁场（Magnetic Fields，mf）接口，在忽略位移电流的条件下求解安培定律。以磁矢势 A 表示磁通密度 B，并将源电流与感应电流分开，可写为

$$B = \nabla \times A,\ \nabla \times H = J_s + J_e \tag{2}$$

$$J_e = \sigma_e E,\ E = -\frac{\partial A}{\partial t} - \nabla V \tag{3}$$

式中，H 为磁场强度，σ_e 为电导率，V 为电势，J_s 为绕组等效源电流密度，J_e 为导电区域的感应电流密度。铁心通过非线性磁化关系闭合，非磁性区域采用相应的磁导率。若采用单值磁化曲线，可写为 H=ν(|B|)B；包含磁滞时则需相应的历史相关本构，不能再以常数磁导率替代。本文讨论绕组受力所需的电磁计算链，不将磁滞和磁致伸缩参数辨识作为研究结论。

绕组采用均匀化多匝线圈，将未逐匝解析的导体束等效为连续域。源电流密度的量级关系为

$$J_{s,m,k} = \frac{N_m\, i_{m,k}}{S_m}\, e_\varphi \tag{4}$$

其中 N_m 为单柱该绕组匝数，S_m 为绕组包在垂直导线方向上的等效截面积，e_φ 为局部导线方向。S_m 不是单根导线铜截面积；匝数、填充率和电流密度的定义应与均匀化线圈设置一致。对于三维数值型线圈，导线方向由“线圈几何分析”确定，不需手工为每个网格指定电流方向[3]。

3.3 电磁力与局部方向分解

对于非磁性载流绕组，采用洛伦兹力密度作为机械体载荷[4]：

$$f_{em} = J \times B \tag{5}$$

绕组电流以周向分量 J_φ 为主时，在以各主柱中心为原点的局部柱坐标系中，辐向和轴向电动力近似为

$$f_r = J_\varphi B_z,\ f_z = -J_\varphi B_r \tag{6}$$

因此，轴向漏磁 B_z 主要关联辐向扩张或压缩，端部辐向漏磁 B_r 主要关联轴向受力。后处理应先建立各主柱的局部坐标，再解释受力方向，避免把全局 B_x 当作所有位置的辐向分量。铁磁部件的合力可另用麦克斯韦应力张量积分检查，对于同一绕组，不应把包含洛伦兹力贡献的总电磁力与式(5)重复叠加[4]。

3.4 结构动力学与边界条件

固体力学（Solid Mechanics，solid）接口求解位移 u。在线弹性、小应变解释框架下，控制方程及本构关系为

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \nabla \cdot \sigma + f_{em} \tag{7}$$

$$\varepsilon = \frac{\nabla u + (\nabla u)^T}{2},\ \sigma = C : \varepsilon \tag{8}$$

其中ρ为密度，σ为应力张量，ε为应变张量，C为弹性刚度张量。若引入结构阻尼或预应力，应在动力学方程和初始状态中明确其来源；不能将未标定的阻尼、预紧参数隐含在结果解释中。对于实际接触界面，应另行满足法向不穿透及接触力条件；绑定连续与可分离接触代表不同的支撑假设，不宜互换。

电磁计算域包含绕组、铁心及周围低磁导率介质，外边界设置磁绝缘 $n\times A=0$，并通过增大外域检查截断边界影响。材料交界满足相应磁场连续条件。结构固定约束只施加于实际支承对应的边界（u=0），其余无载自由表面满足$\sigma n=0$；绕组与支撑件通过所定义的连续或接触条件传力。初始磁矢势、位移与速度需与起算状态一致。现有文件保留零初始值节点，采用故障前

录波作为起始时段时，应检查初始过渡是否已衰减，必要时增加故障计算或引入稳态初始解。

3.5 初始条件与边界条件

电磁场计算域包括铁心、绕组及周围空气区域。外部截断边界采用磁绝缘条件，并通过增大外部空气域检查边界位置对计算结果的影响；不同材料区域之间满足相应的磁场连续条件。结构场中，根据实际支撑关系对相应固定区域施加位移约束，其余未施加机械载荷的自由表面满足自然边界条件。绕组与撑条、垫块之间根据实际连接关系定义连续或接触传力条件[5]。

瞬态计算的初始状态包括磁场变量、位移及速度等。由于输入激励来源于实际故障数据，应保证短路波形起始时刻与模型初始状态相互对应。对于由故障发生前时段开始输入的情况，需要检查初始过渡过程对计算结果的影响，并根据计算需求确定是否采用稳态初始解或延长计算时间。

4 COMSOL 数值实现

4.1 模块、材料与选择集组织

在 COMSOL Multiphysics 中，AC/DC 模块提供磁场接口，结构力学模块提供固体力学接口。两个接口使用同一组件的几何和网格，可直接引用场变量，无需在不同软件间重新插值电磁载荷。几何按主柱及部件类别组织选择集，线圈、材料、体载荷和结果绘图尽量复用同一套选择逻辑；几何修改后重新检查选区，防止实体编号变化使载荷落到非目标部件。表 1 汇总主要节点与作用。

表 1 主要 COMSOL 功能与建模任务

节点或功能	本研究中的作用
插值函数	保存三侧单柱电流时序与单位
磁场 / 线圈	三主柱分别设置高、中、低压 3 类均匀化多匝线圈，共建立 9 个线圈域
线圈几何分析	确定数值型线圈导线方向
固体力学 / 体载荷	接收空间分布的电磁力密度
扫掠与自由四面体	兼顾规则绕组与复杂外围域
瞬态研究 / 分离求解	组织磁场、结构场因变量
选择集与派生值	分部件提取场量和机械响应

铁心采用非线性磁性材料，绕组采用铜或经试验支持的等效材料；撑条、垫块的刚度应来自相应绝缘支撑材料。若使用等效各向同性参数，应说明其只用于当前响应近似，不能据此直接预测方向性破坏。对于不求解温升的短时分析，无需增加油流和传热接口，以免引入本研究不需要的参数与计算量。

4.2 录波插值与线圈激励检查

短路波形采样频率为 5 kHz，对应采样间隔 0.2 ms；模型内嵌的单柱电流表覆盖 0～0.2 s。导入时将自变量单位设为 s、函数值单位设为 A，并检查采样时间严格递增及三侧时间轴一致。电流幅值折算不应改变原有波形的非周期分量和相位关系，对尖峰附近不宜采用未经检查的高阶插值，以免产生人工过冲。

不同线圈分别对应三个主柱上的高、中、低压绕组。同类线圈调用相同的单柱函数，线圈匝数与导线方向则按实际接线设置。计算前先绘制三类输入函数并核对峰值时刻，再检查各柱线圈方向和总安匝关系。端口—绕组换算、单柱分流、kA 到 A 的换算均只执行一次，这是避免数量级错误的关键。

4.3 网格与研究步骤

规则绕组和细长支撑区域采用分区扫掠网格，复杂铁心及外部介质采用自由四面体网格，在绕组端部、薄支撑和载荷传递界面局部加密。图 2 展示三主柱模型的网格剖分示例。局部加密的目标是解析场梯度及结构弯曲，而不是单纯追求更多单元；薄层还需保证厚度方向具有合理的离散分辨率。

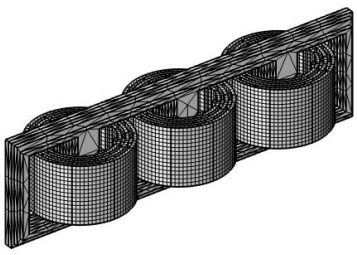


图 2 三主柱模型网格剖分示例

研究步骤首先完成线圈几何分析，再开展瞬态计算。当前文件在 0～0.1 s 内每隔 2 ms 输出结果，采用 BDF 时间积分，并设置磁势与位移场的分离求解步骤。需要区分录波采样间隔、结果输出间隔与求解器内部时间步；对于故障起始及主要冲击阶段，应结合时间步独立性检查结果合理设置内部时间步。故障起始、首峰及切除附近应限制内部时间步，并进一步检查计算精度。

数值核验应分别针对空间网格、内部时间步与相对容差开展，比较关键区域的力积分、位移及应力，并检查峰值位置是否稳定。接触边缘或理想尖角的单点峰值可能对网格高度敏感，应同时观察局部区域量和传力趋势。

4.4 单向载荷传递与分层后处理

在固体力学“体载荷”中引用 mf.FLtzx、mf.FLtzy、mf.FLtzz，或从预定义的洛伦兹力矢量中选择对应源，单位均为 N/m³；经域积分得到的合力单位为 N，二者不可混用。绕组为主要电磁受力域，绝缘支撑件主要通过机械界面承载，不应将绕组力密度直接施加于撑条和垫块。分离求解属于因变量的数值组织方式，是否构成单向耦合仍取决于结构变形是否反馈至电磁几何及材料关系。

后处理按照“整机定位—绕组分层—支撑追踪”的层次开展。首先分析总体变形与应力分布，再依据电压等级及部件选择集提取局部结果，在顶部、中部和底部设置固定位置的虚拟测点，提取相应时序响应。各主柱均以自身中心建立局部柱坐标系，将磁通密度投影至辐向单位矢量得到 B_r，轴线上不采用径向投影表达式。对云图峰值、域最大值及测点值分别标注，避免直接比较不同统计范围下的数值。

5 三主柱模型结果与方法讨论

5.1 故障录波驱动下的整体场计算结果

完成故障录波预处理及三主柱绕组电流映射后，在 COMSOL 中开展瞬态磁场计算，并将磁场计算得到的电磁力密度作为结构场的输入。首先对不同时间步的输入电流、磁通密度及电磁力分布进行检查，以确认录波激励能够正确传递至三主柱绕组。计算结果可通过三维云图直观显示铁心窗口及绕组区域的漏磁场分布，并进一步利用派生值对指定区域的磁通密度和电磁力进行积分或采样，实现由整体场量到局部载荷的逐级提取。

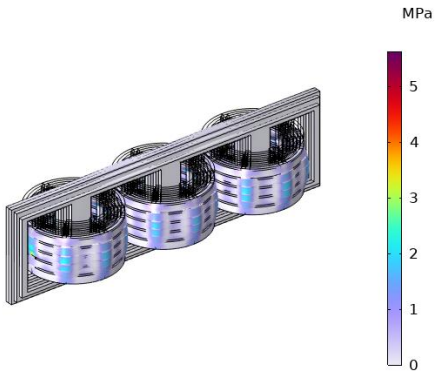


图 3 三主柱模型在 0.03 s 的整体等效应力云图

在结构计算中，电磁力密度通过“固体力学—体载荷”节点加载至对应绕组区域，结构场进一步求解位移和应力响应。图 3 给出了典型时刻下模型的整体等效应力分布，用于展示电磁载荷传递后结构响应的空间分布。由计算结果可以观察到，结构响应具有明显的空间非均匀性，局部区域的响应与绕组端部、支撑位置及三维漏磁场分布有关。该结果说明，采用三维磁－固耦合模型可以将实际故障激励对应的电磁场量进一步转换为结构场中的分布式机械载荷，为后续局部区域响应提取提供基础。

5.2 绕组及支撑结构的局部响应分析

为避免仅采用整体云图描述结构响应，本文利用 COMSOL 的选择集和派生值功能对不同部件进行分层后处理。首先按照高压、中压和低压绕组建立部件选择集，再分别对撑条和垫块设置对应的几何区域。对于绕组区域，可提取等效应力、位移及电磁力等场量；对于支撑结构，则重点提取其承载区域的应力及位移响应。

在时域分析中，在各主柱绕组顶部、中部和底部设置固定位置的虚拟测点，通过点值或截面值提取相应物理量随时间的变化。对于三维模型，由于不同主柱的几何位置和周向方向不同，后处理时以各主柱中心建立局部柱坐标系，并将磁通密度投影至局部径向和轴向方向，从而分别获得用于解释辐向和轴向电磁力的场量。

图 4 给出了低压绕组在 0.03 s 时的等效应力分布。可以看到，低压绕组的结构响应具有明显的空间非均匀性，局部应力区域与绕组空间位置及三维漏磁场分布有关。为进一步分析电磁载荷由绕组向支撑结构的传递特征，本文在相同计算时刻提取低压侧撑条的应力分布，如图 5 所示。

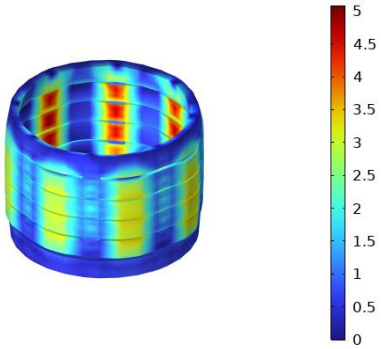


图 4 低压绕组在 0.03 s 的等效应力（单位：MPa）

图 4 给出了低压绕组在 0.03 s 时的等效应力分布。可以看到，低压绕组的结构响应具有明显的空间非均匀性，局部应力区域与绕组空间位置及三维漏磁场分布有关。为进一步分析电磁载荷由绕组向支撑结构的传递特征，本文在相同计算时刻提取低压侧撑条的应力分布。

由图 5 可见，低压侧撑条的等效应力同样呈现明显的周向非均匀分布，不同撑条及同一撑条的不同位置存在较为明显的应力差异。云图中局部区域出现较高应力，而其余区域主要处于较低应力水平，表明撑条承受的机械载荷并非均匀分配，而是受到绕组电磁力空间分布、撑条离散布置以及局部传力条件的共同影响。部分高应力区域主要集中于撑条与绕组相邻的局部

位置，体现出电磁载荷经绕组及机械连接界面向支撑结构传递后的局部集中效应。

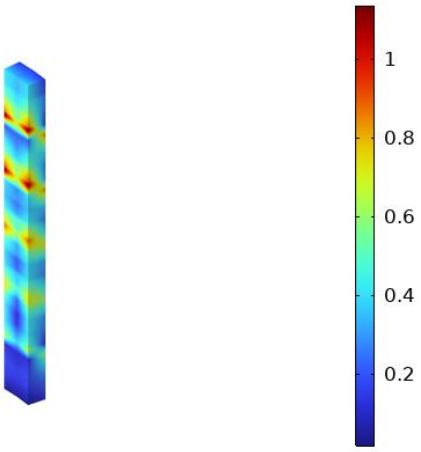


图 5 低压侧撑条在 0.03 s 的等效应力（单位：MPa）

图 4 与图 5 的对比进一步表明，磁－固单向耦合模型不仅能够获得绕组整体的应力响应，还能够沿着“绕组—支撑结构”的实际传力路径进一步提取局部机械响应。通过对撑条建立独立选择集，可在不改变整体计算模型的情况下，对不同支撑部件进行针对性分析，从而提高有限元结果对局部受力特征的解释能力。

5.3 计算结果综合分析

综合图 3～图 5 可以看出，基于实际故障录波建立的三主柱磁－固单向耦合模型能够实现从故障电流输入、电磁场计算到结构响应提取的连续传递。故障录波经端口电流换算及三主柱并联分流后，作为各绕组的时变激励输入磁场模型，由此获得与实际故障工况相对应的漏磁场及电磁力分布，并进一步传递至结构场计算绕组及支撑部件的机械响应。

从整体响应来看，三主柱模型的等效应力分布具有明显的空间非均匀性，结构响应并非简单按照绕组几何位置均匀分布。其局部差异与三维漏磁场分布、绕组空间位置以及端部和支撑结构的布置有关。相比仅施加均布电磁载荷的简化结构模型，采用空间分布的电磁力密度作为结构场输入，可以进一步保留电磁载荷在三维模型中的空间差异。

从局部响应来看，低压绕组及其对应撑条均表现出明显的局部应力集中现象。图 4 所示低压绕组应力分布反映了电磁载荷作用下绕组本体的空间响应，而图 5 所示低压侧撑条应力分布进一步体现了载荷由绕组向绝缘支撑结构传递后的局部机械响应。两者在空间分布上的差异表明，绕组受到的电磁力并不会以均匀形式直接作用于所有支撑部件，而是受到撑条离散布置及局部机械连接关系的影响，在传力过程中形成具有空间差异的结构响应。因此，对于特高压变压器短路机械响应分析，仅考察绕组整体应力难以完整描述内部载荷传递过程，还需要结合撑条、垫块等关键支撑部件进行局部分析。

此外，本文选取 0.03 s 短路电流峰值作为代表性时刻，对整体结构、低压绕组及低压侧撑条进行逐级分析，使电磁载荷作用下不同层级结构的响应能够在同一计算时刻下进行对应。该处理方式避免了仅依据单一部件云图进行孤立分析，也便于后续对不同故障工况、不同结构参数下的计算结果进行统一比较。

本文结果主要用于验证实际故障录波驱动的三维磁-固耦合建模流程及其对内部载荷传递和局部响应的表征能力。由于材料参数、接触关系、预紧状态以及网格和时间步等因素均可能影响局部应力结果，当前计算结果不直接作为设备抗短路能力或绝缘支撑件失效的判定依据。后续若开展定量安全校核，可在模型参数进一步验证的基础上，结合方向应力、接触压力、相对位移及结构稳定性等指标进行综合评价。

6 模型复用与仿真 App 扩展

6.1 模型复用与科研应用

本文将故障录波、线圈激励、磁场计算、载荷传递及结果提取统一组织于 COMSOL 模型中，为不同故障工况和结构方案的重复分析提供了基础。对于相同结构的不同故障工况，可保持几何、材料、网格及结果选择集不变，仅替换经校核的电流插值函数；对于支撑结构分析，则可在保持激励和结果定义一致的条件下调整参数化的结构尺寸或材料刚度，从而减少重复建模，提高不同工况间的结果可比性。

模型复用过程中应保持选择集与载荷作用域的一致性，并记录录波来源、电流折算、材料参数及模型版本等信息。几何或材料修改后需重新检查相关选区及计算结果，确保结果与模型配置对应，为故障复现、参数分析和方案对比提供可追溯的计算基础。

6.2 仿真 App 的扩展

在模型充分验证和参数化的基础上，可利用 COMSOL Application Builder 将现有流程封装为仿真 App。App 可围绕“工况输入-模型检查-计算求解-结果提取”组织功能，实现录波数据导入、电流参数检查、模型计算及三主柱整体与局部响应结果显示[6]。

App 封装应将录波时间轴、单位、电流折算及数据完整性等关键检查纳入计算流程，并对求解未完成或模型版本不匹配的结果进行限制。对于材料、接触、网格及时间步等尚未充分验证的参数，应在完成数值独立性和试验校核后逐步开放。通过上述扩展，可进一步提高模型复用效率，为多工况故障分析及结构方案研究提供标准化仿真工具。

7 结论

（1）围绕三主柱特高压变压器建立了录波驱动磁-固单向耦合分析流程，实现了实测故障工况向有限元模型的映射。其中，端口—绕组电流换算、三柱并联分流及线圈方向定义是保证模型激励准确性的关键。

（2）构建了由磁场接口、均匀化多匝线圈及固体力学体载荷组成的连续计算链，并通过局部柱坐标、部件选择集和分层测点实现三维漏磁分量与绕组—支撑件响应的对应分析。结果表明少量代表性云图即可有效表征模型对内部载荷集中区域的定位能力。

（3）该方法的科研价值在于形成可追溯的建模与分析流程，而非以单一云图结果替代完整的抗短路性能判定。后续需进一步完善初始状态、材料及接触参数校核，开展网格与时间步独立性验证，并在模型充分验证的基础上逐步实现仿真 App 封装，为多工况故障分析和结构方案研究提供标准化工具。

参考文献

[1]袁发庭，杨毅，钟浩，等. 短路工况下配电变压器绕组磁场—结构力场耦合特性及累积效应形变特性[J]. 高电压技术，2025，51(10)：5238-5252.

Yuan Fating, Yang Yi, Zhong Hao, et al. Magnetic Field–Structural Force Field Coupling Characteristics and Cumulative Deformation Effects of Distribution Transformer Windings under Short-Circuit Conditions[J]. High Voltage Engineering, 2025, 51(10): 5238–5252.

[2] Shan Yi, Ai Mengmeng, Liu Wenhui. Research on simulation calculation on short-circuit electrodynamics force of power transformer winding[J]. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 2021, 65 (3), pp.451-465.

[3] 周秀，朱洪波，马云龙，等. 不同模型下变压器绕组短路力学特性对比分析[J]. 高压电器，2022，58(01)：148-154.

Zhou Xiu, Zhu Hongbo, Ma Yunlong, et al. Comparative analysis of short-circuit mechanical characteristics of transformer windings under different models[J]. High Voltage Apparatus, 2022, 58(01): 148–154.

[4] 王雄博，井永腾，于占洋，等. 基于有限元和解析计算的电力变压器抗短路能力评估方法[J]. 高电压技术，2025，51(09)：4638-4650.

Wang Xiongbo, Jing Yongteng, Yu Zhanyang, et al. Short-circuit withstand capability assessment method for power transformers based on finite element and analytical calculation[J]. High Voltage Engineering, 2025, 51(09): 4638–4650.

[5] 李金忠，张书琦，程涣超，等. 特高压换流变压器绕组动稳定能力分析[J]. 中国电机工程学报，2023，43(08)：3237-3248.

Li Jinzhong, Zhang Shuqi, Cheng Huanchao, et al. Analysis of Dynamic Stability Capability of Windings in Ultra-High-Voltage Converter Transformers[J]. Proceedings of the CSEE, 2023, 43(08): 3237–3248.

[6] 杨帆，高三策，王嘉玮，等. 磁-热耦合应力下的变压器绕组形变研究[J]. 中国电机工程学报，2025，45(24)：9830-9841.

Yang Fan, Gao Sance, Wang Jiawei, et al. Study on deformation of transformer windings under magnetic-thermal coupled stress[J]. Proceedings of the CSEE, 2025, 45(24): 9830–9841.

致谢

感谢课题组老师和同学在研究与论文撰写过程中给予的指导和帮助，感谢 COMSOL 为本文数值建模与仿真分析提供的软件支持。